

1 PGCD

Exercice 1

Déterminer :

1. $PGCD(140 ; 105)$

2. $PGCD(2000 ; 2011)$

3. $PGCD(3795 ; 6555)$



! Fiche méthode !

Astuce

Exercice 2

Déterminer selon les valeurs de n , le PGCD de $a = 2n + 1$ et $b = n - 6$:

Exercice 3

Déterminer selon les valeurs de n , le PGCD de $a = n + 2$ et $b = 3n + 1$.



! Fiche méthode !

Astuce

Exercice 4

Soient a et b deux entiers non nuls . Montrer que $PGCD(4a + 9b; 3a + 7b) = PGCD(a; b)$

Exercice 5

Soient a et b deux entiers non nuls . Montrer que $PGCD(5a + 9b; 4a + 7b) = PGCD(a; b)$



! Fiche méthode !

Astuce

Exercice 6

Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(a; b)$ tels que $a + b = 210$ et $PGCD(a; b) = 14$

Exercice 7

Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(a; b)$ tels que $a + b = 72$ et $PGCD(a; b) = 8$

2 Bézout , Gauss

Exercice 8

1. Déterminer u et v tels que $88u + 63v = 1$:

2. Montrer que 83 et 47 sont premiers entre eux :

3. Montrer que $3n + 1$ et $2n + 1$ sont premiers entre eux :

Exercice 9

Soient m et n deux entiers naturels non nuls .

Montrer que $PGCD(m; 3m + 1) = 1$:

Déterminer $PGCD(nm; n(3m + 1))$:

Exercice 10

Déterminer en fonction de n entier naturel non nul , $PGCD(n^2 + 5n; n^2 + 7n + 10)$:

Exercice 11

Démontrer que a et b sont premiers entre eux si et seulement si a^2 et b sont premiers entre eux .

Exercice 12

Soient a et b des entiers naturels premiers entre eux

Montrer que $a + b$ et b sont premiers entre eux :

Montrer que $a + b$ et a premiers entre eux .

Que peut-on dire de $a + b$ et ab ?

Exercice 13

Déterminer x et y entiers relatifs tels que : $2x = 5y$.

Déterminer x et y entiers relatifs tels que $12x = 20y$.

3 Equations diophantiennes

Exercice 14

Les équations suivantes ont elles des solutions entières ?

$$2x + 6y = 5 :$$

$$2x + 4y = 12 :$$

$$2x + 3y = 5 :$$

$$3x + 12y = 6 :$$



Fiche méthode !

Astuce

Exercice 15

Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $9x - 14y = 1$

Exercice 16

Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $8x + 5y = 1$

Exercice 17

Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $4x - 3y = 2$

Exercice 18

Résoudre dans \mathbb{Z}^2 l'équation : $34x + 24y = 6$