Exercice 1 (10 points)
Partie A

On considère la suite (u_n) *définie par* $u_0 = 10$ *et pour tout entier naturel* n,

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2.$$

1. *On considère la suite* (v_n) *définie pour tout entier naturel* n *par* $v_n = u_n - 12$.
   (a) *Démontrer que la suite* (v_n) *est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.*
   (b) *Exprimer* v_n *en fonction de* n.
   (c) *En déduire que pour tout entier naturel* n, $u_n = 12 - 2 \times 0,9^n$.
2. *Déterminer la limite de la suite* (v_n) *et en déduire celle de la suite* (u_n).

Partie B

En 2012, la ville de Bellecité compte 10 milliers d'habitants. Les études démographiques sur les dernières années ont montré que chaque année :

- *10 % des habitants de la ville meurent ou déménagent dans une autre ville ;*
- *1200 personnes naissent ou emménagent dans cette ville.*

1. *Montrer que cette situation peut être modélisée par la suite* (u_n) *où* u_n *désigne le nombre de milliers d'habitants de la ville de Bellecité l'année* $2012 + n$.
2. *Un institut statistique décide d'utiliser un algorithme pour prévoir la population de la ville de Bellecité dans les années à venir.*

   Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il calcule la population de la ville de Bellecité l'année $2012 + n$.

```
VARIABLES
a, i, n.
INITIALISATION
Choisir n
a prend la valeur 10
TRAITEMENT
Pour i allant de 1 à n,
a prend la valeur ....

SORTIE
Afficher a
```

3. (a) *Déterminer n entier tel que :* $12 - 2 \times 0,9^n > 11,5$. *Vous expliquerez votre méthode* .

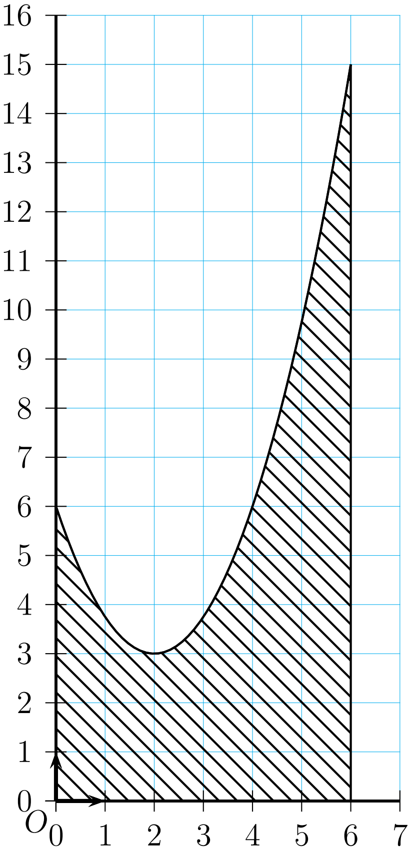
   (b) *En donner une interprétation.*

Exercice 2 (10 points)
On considère la fonction f *définie sur l'intervalle* $[0\ ;\ 6]$ *par :*

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 6$$

La courbe $(\mathcal{C}_f)$ *ci-dessous est représentative de la fonction* f *dans un repère orthonormal du plan d'origine O.*

La partie hachurée = *est limitée par la courbe* $(\mathcal{C}_f)$, *l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d' équation* $x = 6$.



1. *Donner une valeur approchée la plus précise possible , arrondie à l'unité , , en unités d'aire, de l'aire* S *de la partie hachurée.*

2. *On considère un point* M *appartenant à la courbe* $(\mathcal{C}_f)$ *d'abscisse* x *avec* $x \in [0\ ;\ 6]$.

   La parallèle à l'axe des ordonnées passant par M *coupe l'axe des abscisses en un point* H.

   La parallèle à l'axe des abscisses passant par M *coupe l'axe des ordonnées en un point* K.

On appelle $R(x)$ *l'aire, en unités d'aire, du rectangle* $OHMK$.

Prouver que, pour tout x *appartenant à l'intervalle* $[0\ ;\ 6]$, $R(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x$.

3. *On se propose de rechercher toutes les valeurs possibles de* x *de l'intervalle* $[0\ ;\ 6]$ *telles que l'aire* $R(x)$ *du rectangle* $OHMK$ *soit égale à l'aire hachurée* S.

   (a) *Montrer que le problème précédent revient à résoudre l'équation* $g(x) = 0$ *où* g *est la fonction définie sur l'intervalle* $[0\ ;\ 6]$ *par :*

   $$g(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36.$$

   (b) *Déterminer g'(x)*

   (c) *Etudier le signe de g'(x)*

   (d) *Dresser le tableau de variation de* g *sur l'intervalle* $[0\ ;\ 6]$

   (e) *En déduire que l'équation* $g(x) = 0$ *admet sur l'intervalle* $[0\ ;\ 6]$ *une solution unique* α.

   (f) *Donner une valeur approchée de* α *au centième.*