

Exercice 1 (10 points)

On s'intéresse à une modélisation de la propagation de l'épidémie de la grippe en France durant l'hiver 2014 - 2015.

Les relevés statistiques, fournis par le réseau Sentinelle, du nombre de cas pour 100000 habitants sur la période du 29 décembre 2014 au 1er mars 2015 ont permis de mettre en évidence une courbe de tendance, à l'aide d'un tableur.

Soit f la fonction définie, pour tout $x \in [2 ; 10]$, par

$$f(x) = -30x^2 + 360x - 360.$$

On admet que $f(x)$ modélise le nombre de malades déclarés pour 100000 habitants au bout de x semaines écoulées depuis le début de l'épidémie. On note C sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Partie A

À partir du graphique de l'annexe , répondre aux questions suivantes :

1. Selon ce modèle, au bout de combien de semaines le pic de l'épidémie a-t-il été atteint ?
2. Déterminer le nombre de semaines pendant lesquelles le nombre de malades a été supérieur ou égal à 600. On laissera les traits de justification apparents sur le graphique de l'annexe , à rendre avec la copie.
3. (a) Montrer que $f(x) \geq 600$ équivaut à $-x^2 + 12x - 32 \geq 0$.
(b) En déduire les solutions sur $[2 ; 10]$ de l'inéquation $f(x) \geq 600$.
(c) Comparer avec le résultat obtenu dans la question 2.

Partie B

1. (a) Calculer $f'(x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[2 ; 10]$ puis résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$ sur cet intervalle.
(b) En déduire le tableau de variations de f sur l'intervalle $[2 ; 10]$.
2. (a) Calculer le nombre dérivé de f en 3.
(b) Tracer la tangente à C au point d'abscisse 3 dans le repère de l'annexe 2.
3. On admet que le réel $f'(x)$ représente la vitesse de propagation de l'épidémie au bout de x semaines.

La grippe se propage-t-elle plus vite au bout de 3 semaines ou de 4 semaines ?

Justifier la réponse.

Exercice 2 (10 points)

Valentine place un capital c_0 dans une banque le 1er janvier 2014 au taux annuel de 2%. À la fin de chaque année les intérêts sont ajoutés au capital, mais les frais de gestion s'élèvent à 25 euros par an.

On note c_n la valeur du capital au 1er janvier de l'année 2014 + n .

Partie A

On considère l'algorithme ci-dessous :

```

Initialisation
Affecter à N la valeur 0
Traitement
Saisir une valeur pour C
    Tant que C < 2000 faire
        Affecter à N la valeur N + 1
        Affecter à C la valeur 1,02C - 25
    Fin Tant que
Sortie
Afficher N
    
```

1. (a) On saisit la valeur 1900 pour C . Pour cette valeur de C , recopier le tableau ci-dessous et le compléter, en suivant pas à pas l'algorithme précédent et en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Valeur de N	0		
Valeur de C	1900		
Condition vérifiée $C < 2000$	Vraie		

- (b) Quel est le résultat affiché par l'algorithme ? Dans le contexte de l'exercice, interpréter ce résultat.
2. Que se passerait-il si on affectait la valeur 1250 à C ?

Partie B

Valentine a placé 1900 euros à la banque au 1er janvier 2014. On a donc $c_0 = 1900$.

1. Expliquer pourquoi, pour tout nombre entier naturel n , on a :

$$c_{n+1} = 1,02c_n - 25.$$
2. Soit (u_n) la suite définie, pour tout nombre entier naturel n , par $u_n = c_n - 1250$.
 - (a) Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera la raison et le premier terme.

(b) Soit n un nombre entier naturel ; exprimer u_n en fonction de n .

En déduire que, pour tout nombre entier naturel n , on a : $c_n = 650 \times 1,02^n + 1250$.

3. Montrer que la suite (c_n) est croissante.
4. Déterminer, par la méthode de votre choix, le nombre d'années nécessaires pour que la valeur du capital dépasse 2100 euros

ANNEXE

