Exercice 1 (10 points)

En 2005, année de sa création, un club de randonnée pédestre comportait 80 adhérents. Chacune des années suivantes on a constaté que :

- *10 % des participants ne renouvelaient pas leur adhésion au club ;*
- *20 nouvelles personnes s'inscrivaient au club.*

On suppose que cette évolution reste la même au fil des ans.

Partie A

On donne l'algorithme suivant :

Entrée :	Saisir n entier positif
Traitement :	X prend la valeur 80 {Initialisation} Pour i allant de 1 à n Affecter à X la valeur $0,9X + 20$ Fin Pour X prend la valeur de X arrondie à l'entier inférieur
Sortie:	Afficher X

1. *Pour la valeur $n = 2$ saisie, quelle est la valeur affichée à la sortie de cet algorithme ?*
2. *Interpréter dans le contexte du club de randonnée, pour la valeur $n = 2$ saisie, le nombre affiché à la sortie de cet algorithme.*

Partie B

1. *On considère la suite (a_n) définie par:*

   $a_0 = 80$ et, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0,9a_n + 20$.

   Pour tout entier naturel n, on pose : $b_n = a_n - 200$.

   (a) *Démontrer que (b_n) est une suite géométrique ; préciser sa raison et son premier terme.*

   (b) *Exprimer b_n en fonction de n.*
2. *En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $a_n = 200 - 120 \times 0,9^n$.*
3. *Quelle est la limite de la suite (a_n) ?*

Partie C

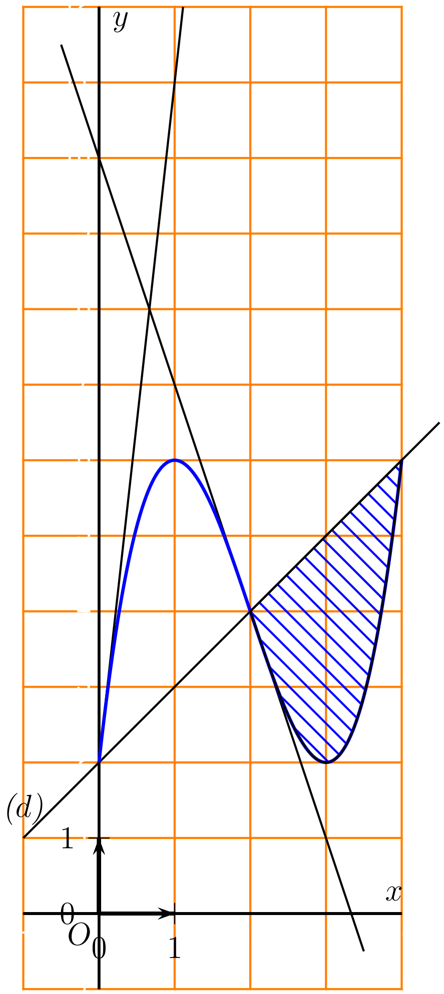
1. *L'objectif du président du club est d'atteindre au moins 180 adhérents. Cet objectif est-il réalisable ?*
2. *Même question si l'objectif du président du club est d'atteindre au moins 300 adhérents.*

Exercice 2 (10 points)

On considère une fonction f définie et dérivable sur $I = [0\ ;\ 4]$; sa courbe représentative est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal . On note f' la fonction dérivée de f.

Sont également tracées les tangentes à la courbe aux points d'abscisse 0 et 2 , ainsi que la droite (d) d'équation $y = x + 2$. Aux points d'abscisses 1 et 3 les tangentes à la courbe sont parallèles à l'axe des abscisses.

1. *Par lecture graphique, déterminer :*
   (a) $f(0)$ et $f'(0)$.
   (b) $f(1)$ et $f'(1)$.
   (c) $f(2)$ et $f'(2)$.
   (d) *l'ensemble des réels x tels que* $f(x) \leqslant x + 2$.
2. *Par lecture graphique, dresser le tableau de variations de f sur I ; on indiquera le signe de $f'(x)$.*
3. *On appelle $\mathcal{A}$ l'aire du domaine hachuré exprimée en unités d'aire. Parmi les trois propositions suivantes, déterminer celle qui est exacte, en la justifiant par des arguments géométriques*
   (a) $0 \leqslant \mathcal{A} \leqslant 1$
   (b) $1 \leqslant \mathcal{A} \leqslant 6$
   (c) $6 \leqslant \mathcal{A} \leqslant 8$
4. *On suppose que $f(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$, où $m,\ n,\ p$ et q sont des réels.*
   (a) *En utilisant les résultats de la question 1 a, déterminer p et q.*
   (b) *En utilisant les résultats de la question 1 b, déterminer m et n.*
5. *On admet que $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$. Démontrer que les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0 et 4 sont parallèles.*


y
(d)
1
0
O
0
1
x