Exercice 1 (5 points)

1. *Résoudre :* $(x^2+2x-15)(3x^2-18x-21) \leq 0$

   Etudions d'abord $x^2+2x-15$

   $\Delta = 64$ *donc les racines de ce polynôme sont :* $x_1 = -5$ *et* $x_2 = 3$

   Etudions maintenant $3x^2-18x-21$

   $\Delta = 576$ *donc les racines de ce polynôme sont :* $x_3 = 7$ *et* $x_4 = -1$

   A l'aide d'un tableau de signes , on obtient alors : $x \in [-5;-1]\ cup[3;7]$

2. *Résoudre :* $(x-1)(x+9)(2x^2+16x-18) \geq 0$

   Etudions d'abord $2x^2+16x-18$

   $\Delta = 400$ *donc les racines de ce polynôme sont :* $x_1 = -9$ *et* $x_2 = 1$

   On a donc : $(x-1)(x+9)(2x^2+16x-18) = 2(x-1)^2(x+9)^2$ *qui est donc toujours positif ou nul . L'inéquation est donc vraie pour tout x réel et on a donc* $x \in \mathbb{R}$

Exercice 2 (5 points)

Soit la fonction f *définie par :* $f(x) = 5x^3-10x^2-45x-50$

1. *Déterminer a , b et c tels que :* $f(x) = (x+2)(ax^2+bx+c)$

   On doit avoir : $a = 5$, $b+2a = -10$, $c+2b = -45$ *et* $2c = -50$ *donc* $f(x) = (x+2)(5x^2-20x-25)$

2. *Résoudre :* $f(x) = 0$

   Etudions $5x^2-20x-25$

   $\Delta = 900$ *donc les racines de ce polynôme sont :* $x_1 = 5$ *et* $x_2 = -1$

   Les solutions de l'équation sont donc $x = -2$, $x = -1$ *et* $x = 5$

3. *Résoudre :* $f(x) \geq 0$

   A l'aide d'un tableau de signes , on obtient : $x \in [-2;-1] \cup [5;+\infty[$

Exercice 3 (5 points)

Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes et l'exprimer sous forme réduite :

1. $f(x) = 6x^2+11x-35$

   $f'(x) = 12x+11$

2. $g(x) = (2x-5)(x^2+7x-9)$

   $g'(x) = 2(x^2+7x-9)+(2x+7)(2x-5) = 6x^2+18x-53$

3. $h(x) = \dfrac{x^2-4x+9}{3x-8}$

   $h'(x) = \dfrac{(2x-4)(3x-8)-3(x^2-4x+9)}{(3x-8)^2} = \dfrac{3x^2-16x+5}{(3x-8)^2}$

Exercice 4 (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 40$

1. *Déterminer* $f'(x) = 6x^2 - 18x - 24 = 6(x^2 - 3x - 4)$
2. *Déterminer le signe de* $f'(x)$

   Travaillons avec $x^2 - 3x - 4$

   $\Delta = 25$ *donc les racines de ce polynôme sont :* $x_1 = 4$ *et* $x_2 = -1$

   Donc $f'(x) < 0$ *sur]-1;4[*
3. *Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0*

   $y = -24x + 40$
4. *Tracer la courbe de f sur [-2;5]*