Exercice 1 (10 points)

textbfPartie A

1. (a) *On calcule* $v_{n+1} = u_{n+1} - 12 = 0,9u_n + 1,2 - 12 = 0,9u_n - 10,8 = 0,9(u_n - 12) = 0,9v_n$

   La suite (v_n) *est donc géométrique de raison* $0,9$ *et de premier terme* $v_0 = u_0 - 12 = -2$

   (b) *En appliquant les formules sur les suites géométriques, on aura :* $v_n = v_0 \times q^n = -2 \times 0,9^n$

   (c) *On a* $v_n = u_n - 12$*. soit* $u_n = v_n + 12$ *et donc pour tout* n*,* $u_n = 12 - 2 \times 0,9^n$*.*

2. *Comme la raison de la suite* (v_n) *est comprise entre* 0 *et* 1*, la limite de la suite* (v_n) *est donc nulle.*

   Par suite, la limite de (u_n) *sera donc égale à 12*

Partie B

1. *La diminution de* 10% *de la population de la ville peut se traduire par le coefficient multiplicateur* $0,9$ *soit* $0,9u_n$ *auquel il faut ajouter les 1200 nouveaux habitants soit* $1,2$ *milliers.*

   On obtient donc bien $u_{n+1} = 0,9u_n + 1,2$

2. *On rajoute dans la boucle Pour la relation de récurrence soit*

   a *prend la valeur* $0,9a + 1,2,$ *;*

   a *prenant la valeur du terme de la suite cherchée.*

3. (a) *En utilisant la calculatrice , les solutions de l'inéquation sont donc les entiers naturels supérieur à* 14*.*

   (b) *La population de Bellecité sera supérieure à 11,5 milliers d'habitants à partir de l'année* $2012 + 14$ *soit 2026.*

Exercice 2 (10 points)

$$f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x + 6$$

1. *En comptant les carreaux hachurés , on arrive à 36 unités d'aire.*

2. *On a* $M(x\ ;\ f(x))$*,* $H(x\ ;\ 0)$*,* $K(0\ ;\ f(x))$*, donc l'aire du rectangle* $OHMK$ *est égale à :*

   $R(x) = x \times f(x) = x\left(\frac{3}{4}x^2 - 3x + 6\right) = \frac{3}{4}x^3 - 3x^2 + 6x = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x.$

3. (a) *Il faut résoudre l'équation* $S(x) = R(x)$*, soit :*
   $36 = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x \iff 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36 = 0.$
   Il faut donc résoudre dans [0 ; 6], l'équation $g(x) = 0$*, avec*
   $g(x) = 0,75x^3 - 3x^2 + 6x - 36.$

   (b) *La fonction polynôme* g *est dérivable sur [0 ; 6] et sur cet intervalle ;*
   $g'(x) = 3 \times 0,75x^2 - 6x + 6 = 2,25x^2 - 6x + 6.$

   (c) *Pour ce trinôme :* $\Delta = (-6)^2 - 4 \times 2,25 \times 6 = 36 - 54 = -18 < 0.$
   Ce trinôme n'a pas de racines et par conséquent on a pour tout x*,*
   $g'(x) > 0$

   (d) *la fonction* g *est donc croissante de* $g(0) = -36$ *à*
   $g(6) = 0,75 \times 6^3 - 3 \times 6^2 + 6 \times 6 - 36 = 162 - 108 = 54.$

   (e) *D'après le tableau de variations précédent , g s'annule entre 0 et 6 donc il existe une solution*

   (f) *La calculatrice donne :* $g(4,5) = -1,40625$ *et* $g(4,6) = 1,122$*, donc* $4,5 < \alpha < 4,6$*, puis :*
   $g(4,55) \approx -0,16$ *et* $g(4,56) \approx 0,093$*, donc* $4,55 < \alpha < 4,56$*.*
   On a $\alpha \approx 4,56$*.*