

Exercice 1 (10 points)

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 65$ et pour tout entier naturel $n : u_{n+1} = 0,8u_n + 18$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Pour tout entier naturel n , on pose : $v_n = u_n - 90$.
 - (a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $0,8$. On précisera la valeur de v_0 .
 - (b) Démontrer que, pour tout entier naturel $n : u_n = 90 - 25 \times 0,8^n$.
3. On considère l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	$u \leftarrow 65$
ligne 2	$n \leftarrow 0$
ligne 3	Tant que
ligne 4	$n \leftarrow n + 1$
ligne 5	$u \leftarrow 0,8 \times u + 18$
ligne 6	Fin Tant que

- (a) Recopier et compléter la ligne 3 de cet algorithme afin qu'il détermine le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 85$.
 - (b) Quelle est la valeur de la variable n à la fin de l'exécution de l'algorithme ?
4. La société Biocagette propose la livraison hebdomadaire d'un panier bio qui contient des fruits et des légumes de saison issus de l'agriculture biologique. Les clients ont la possibilité de souscrire un abonnement de 52 euros par mois qui permet de recevoir chaque semaine ce panier bio.

En juillet 2017, 65 particuliers ont souscrit cet abonnement.

Les responsables de la société Biocagette font les hypothèses suivantes :

- d'un mois à l'autre, environ 20 % des abonnements sont résiliés ;
 - chaque mois, 18 particuliers supplémentaires souscrivent à l'abonnement.
- (a) Justifier que la suite (u_n) permet de modéliser le nombre d'abonnés au panier bio le n -ième mois qui suit le mois de juillet 2017.
 - (b) Selon ce modèle, la recette mensuelle de la société Biocagette va-t-elle dépasser 4420 euros durant l'année 2018 ? Justifier la réponse.
 - (c) Selon ce modèle, vers quelle valeur tend la recette mensuelle de la société Biocagette ? Argumenter la réponse.

Exercice 2 (10 points)

On appelle fonction satisfaction toute fonction dérivable qui prend ses valeurs entre 0 et 100. Lorsque la fonction satisfaction atteint la valeur 100, on dit qu'il y a saturation .

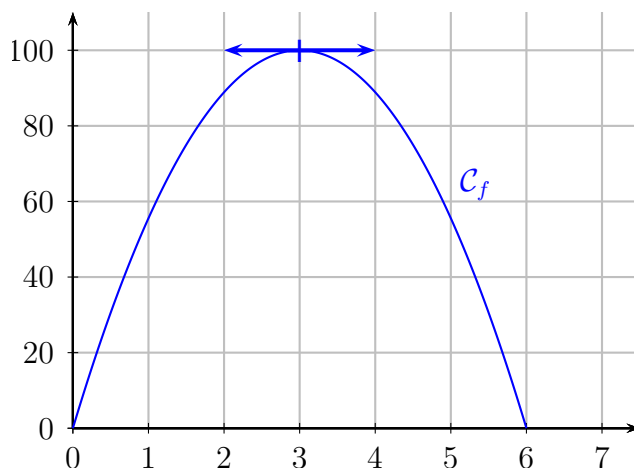
On définit aussi la fonction envie comme la fonction dérivée de la fonction satisfaction . On dira qu'il y a souhait lorsque la fonction envie est positive ou nulle et qu'il y a rejet lorsque la fonction envie est strictement négative.

Dans chaque partie, on teste un modèle de fonction satisfaction différent.

Les parties A, B et C sont indépendantes.

Partie A

Un étudiant prépare un concours, pour lequel sa durée de travail varie entre 0 et 6 heures par jour. Il modélise sa satisfaction en fonction de son temps de travail quotidien par la fonction satisfaction f dont la courbe représentative est donnée ci-dessous (x est exprimé en heures).



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes.

1. Lire la durée de travail quotidien menant à saturation
2. Déterminer à partir de quelle durée de travail il y a rejet .

Partie B

Le directeur d'une agence de trekking modélise la satisfaction de ses clients en fonction de la durée de leur séjour. On admet que la fonction satisfaction g est définie sur l'intervalle $[0 ; 30]$ par $g(x) = 12,5xe^{-0,125x+1}$ (x est exprimé en jour).

1. Déterminer $g'(x)$ pour tout x de l'intervalle $[0 ; 30]$,
2. Étudier le signe de $g'(x)$ sur l'intervalle $[0 ; 30]$ puis dresser le tableau des variations de g sur cet intervalle.

3. Quelle durée de séjour correspond-elle à l'effet saturation ?

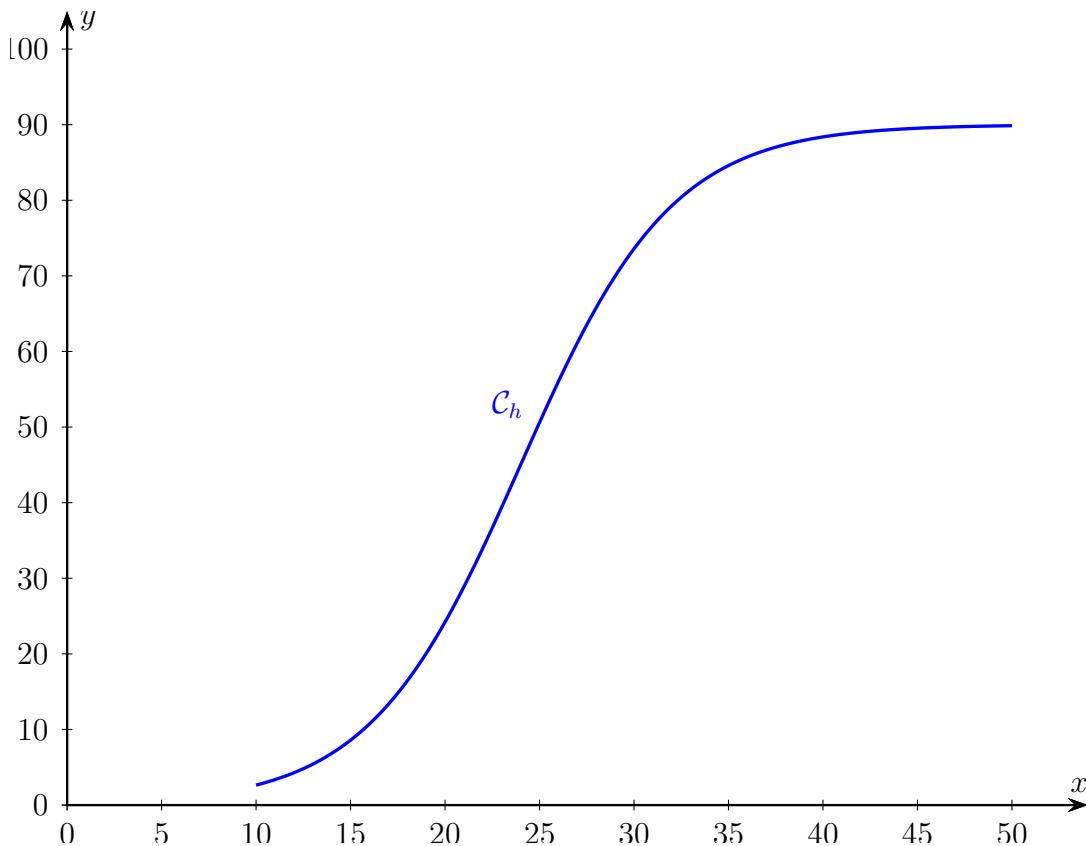
Partie C

La direction des ressources humaines d'une entreprise modélise la satisfaction d'un salarié en fonction du salaire annuel qu'il perçoit. On admet que la fonction satisfaction h , est définie sur l'intervalle $[10; 50]$ par

$$h(x) = \frac{90}{1 + e^{-0,25x+6}}$$

(x est exprimé en millier d'euros).

La courbe $\mathcal{C}_h$ de la fonction h est représentée ci-dessous:



1. Donner une expression de $h'(x)$.
2. Déterminer le tableau de variations de h
3. Résoudre dans l'intervalle $[10; 50]$ l'inéquation $e^{-0,25x+6} - 1 > 0$.
4. On admet que $h''(x) = \frac{5,625e^{-0,25x+6}(e^{-0,25x+6} - 1)}{(1 + e^{-0,25x+6})^3}$. À partir de quel salaire annuel peut-on estimer que la fonction envie décroît? Justifier.