

Corrigé du Bac Blanc 2025

Automatisme (QCM)

Q1 Réponse : a

Dans un carré de côté 1, $AB = 1$ et $OB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Angle = 45° donc : $\vec{AB} \cdot \vec{OB} = AB \times OB \cos 45^\circ = 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

ou alors on utilise simplement le projeté orthogonal de O sur le côté...

Q2 Réponse : c

On utilise la formule de la somme des termes d'une suite géométrique : $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ ($q \neq 1$)

Ici, $q = 2$ et $n = 10$, donc : $S = \frac{1-2^{11}}{1-2} = \frac{1-2^{11}}{-1} = 2^{11} - 1$

Q3 Réponse : b

Un résultat du cours : $S = -\frac{b}{a} = -2$, $P = \frac{c}{a} = -8$

ou les racines sont avec $\Delta = 36$: -4 et 2 d'où le résultat.

Q4 Réponse : a

$e^{-2x} > 0$ car la fonction exp est strictement positive sur : \mathbb{R}

Q5 Réponse : b

$$(e^x - 1)^2 = e^{2x} - 2e^x + 1$$

Q6 Réponse : b

$$f(x) = e^{5x} - 1 \Rightarrow f'(x) = 5e^{5x}$$

Q7 Réponse : d

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \frac{3}{7} + \frac{3}{20} - \frac{4}{7} = \frac{1}{140} \quad \text{et} \quad P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/140}{3/7} = \frac{1}{60}$$

Q8 Réponse : c

$$P(C) = 0,2 \times 0,6 + 0,8 \times x = 0,48$$

$$0,12 + 0,8x = 0,48 \Rightarrow x = 0,45$$

Q9 Réponse : d

$$u_8 = u_5 + 3r \Leftrightarrow 8 = 26 + 4r \Leftrightarrow r = \frac{8 - 26}{4} = -4,5$$

Q10 Réponse : d

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

Q11 Réponse : a

$$-3e^{x+2} > -3e^4 \Leftrightarrow e^{x+2} < e^4 \Leftrightarrow x+2 < 4 \Leftrightarrow x < 2$$

Q12 Réponse : a

$$f'(x) = \frac{(1)(x+2) - (x-3)(1)}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2}$$

Exercice 1

1.

$$u_1 = -\frac{1}{2}u_0 + 3 \cdot 0 + 2 = -\frac{1}{2} \times 2 + 2 = -1 + 2 = 1.$$

$$u_2 = -\frac{1}{2}u_1 + 3 \cdot 1 + 2 = -\frac{1}{2} \times 1 + 3 + 2 = -\frac{1}{2} + 5 = \frac{9}{2}.$$

$$u_3 = -\frac{1}{2}u_2 + 3 \cdot 2 + 2 = -\frac{1}{2} \times \frac{9}{2} + 6 + 2 = -\frac{9}{4} + 8 = \frac{23}{4}.$$

2. Suite arithmétique : On calcule les différences :

$$u_1 - u_0 = 1 - 2 = -1, \quad u_2 - u_1 = \frac{9}{2} - 1 = \frac{7}{2}.$$

Les différences ne sont pas constantes, donc la suite n'est pas arithmétique.

Suite géométrique : On calcule les rapports :

$$\frac{u_1}{u_0} = \frac{1}{2}, \quad \frac{u_2}{u_1} = \frac{9}{2}.$$

Les rapports ne sont pas constants, donc la suite n'est pas géométrique.

3. (a) Montrons que (v_n) est géométrique :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 2(n+1).$$

En utilisant la relation de récurrence :

$$v_{n+1} = \left(-\frac{1}{2}u_n + 3n + 2 \right) - 2n - 2.$$

$$v_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3n + 2 - 2n - 2 = -\frac{1}{2}u_n + n.$$

Or $u_n = v_n + 2n$, donc :

$$v_{n+1} = -\frac{1}{2}(v_n + 2n) + n = -\frac{1}{2}v_n - n + n.$$

$$v_{n+1} = -\frac{1}{2}v_n.$$

Donc (v_n) est une suite géométrique.

(b) Sa raison est $q = -\frac{1}{2}$ et son premier terme est :

$$v_0 = u_0 - 2 \cdot 0 = 2.$$

4. Suite géométrique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $-\frac{1}{2}$:

$$v_n = 2 \left(-\frac{1}{2} \right)^n.$$

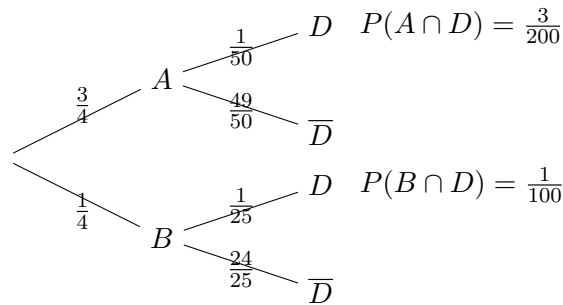
5. On a $u_n = v_n + 2n$, donc :

$$u_n = 2 \left(-\frac{1}{2} \right)^n + 2n.$$

Exercice 2

1. D'après l'énoncé : $P(A) = \frac{3}{4}$

2.



3. $P(D \cap A) = \frac{3}{4} \times \frac{1}{50} = \frac{3}{200}$

4. $P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = \frac{3}{200} + \frac{1}{100} = \frac{3}{200} + \frac{2}{200} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$

5. $P_D(A) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{\frac{3}{200}}{\frac{1}{40}} = \frac{3}{200} \times 40 = \frac{3}{5}$

Exercice 3

1.

a) Calcul du discriminant :

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 9 - 8 = 1$$

Racines :

$$x_1 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{3+1}{4} = 1$$

Comme le coefficient directeur est positif, on en déduit le signe :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	0
	$+$	0	$-$	$+$

b) On considère $A_n(n, g(n))$ et $A_{n+1}(n+1, g(n+1))$.

Le coefficient directeur de la droite $(A_n A_{n+1})$ est :

$$a_n = \frac{g(n+1) - g(n)}{(n+1) - n} = g(n+1) - g(n)$$

$g(n+1) = 2(n+1)^2 - 3(n+1) + 1 = 2(n^2 + 2n + 1) - 3n - 3 + 1 = 2n^2 + 4n + 2 - 3n - 3 + 1 = 2n^2 + n$
 et $g(n) = 2n^2 - 3n + 1$

Donc :

$$a_n = (2n^2 + n) - (2n^2 - 3n + 1) = 2n^2 + n - 2n^2 + 3n - 1 = 4n - 1$$

c) On reconnaît une suite **arithmétique** de raison : $r = a_{n+1} - a_n = 4$

2.

a)

$$f'(x) = (4x - 7)e^x + (2x^2 - 7x + 8)e^x$$

$$f'(x) = (2x^2 - 3x + 1)e^x$$

$$f'(x) = g(x)e^x$$

Comme $e^x > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$

b)

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$				

Exercice 4 (version repère)

On considère le repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$: $A(0,0)$, $B(a,0)$, $C(a,a)$, $D(0,a)$
 Le point I est le milieu de $[AD]$, donc : $I(0, \frac{a}{2})$

1.a.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CI} &= \left(0 - a, \frac{a}{2} - a\right) = \left(-a, -\frac{a}{2}\right) \\ CI &= \|\overrightarrow{CI}\| = \sqrt{(-a)^2 + \left(-\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \\ \overrightarrow{CA} &= (0 - a, 0 - a) = (-a, -a) \\ CA &= \|\overrightarrow{CA}\| = \sqrt{(-a)^2 + (-a)^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2} \end{aligned}$$

1.b.

Par définition du produit scalaire :

$$\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = CI \cdot CA \cdot \cos \theta = \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right) \cdot (a\sqrt{2}) \cdot \cos \theta = \frac{a^2\sqrt{10}}{2} \cos \theta$$

2.a. I étant le milieu de AD :

$$\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}$$

2.b.

$$\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = \left(-\frac{a}{2}\right)(-a) + (-a)(-a) = \frac{a^2}{2} + a^2 = \frac{3a^2}{2}$$

3.

Des questions 1.b et 2.b on a : $\frac{a^2\sqrt{10}}{2} \cos \theta = d^3_2 a^2$

On simplifie (en supposant $a \neq 0$) : $\frac{\sqrt{10}}{2} \cos \theta = \frac{3}{2}$ donc $\cos \theta = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

La valeur de $\cos \theta$ est $\frac{3\sqrt{10}}{10}$, qui ne dépend pas de a .

Exercice 4 (sans repère)

1.a La longueur CA est la diagonale du carré : $CA = a\sqrt{2}$

Pour CI , on calcule la norme du vecteur \overrightarrow{CI} en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle formé par CDI : $CI = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

1.b.

Par définition du produit scalaire : $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = CI \cdot CA \cdot \cos \theta = \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right) \cdot (a\sqrt{2}) \cdot \cos \theta = \frac{a^2\sqrt{10}}{2} \cos \theta$

2.a.

$$\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$$

2.b.

On sait que $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$ (relation vectorielle dans le carré).

Donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} &= \left(\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} \right) \cdot (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}) \\ &= \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CD}\end{aligned}$$

Puisque $\overrightarrow{CB} \perp \overrightarrow{CD}$, les produits scalaires croisés sont nuls. Il reste :

$$\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = a^2 + \frac{1}{2} a^2 = \frac{3}{2} a^2 = \frac{3}{2} a^2$$

3.

1.b donne $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{a^2 \sqrt{10}}{2} \cos \theta$ et 2.b donne $\overrightarrow{CI} \cdot \overrightarrow{CA} = \frac{3}{2} a^2$

En égalant ces deux expressions (pour $a \neq 0$) :

$$\begin{aligned}\frac{a^2 \sqrt{10}}{2} \cos \theta &= \frac{3}{2} a^2 \\ \cos \theta &= \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}\end{aligned}$$

La valeur de $\cos \theta$ ne dépend pas de a .