

Automatismes : lecture du signe d'une fonction à partir d'un tableau de variations



Bien repérer les intervalles , en s'aidant des flèches , sur lesquels il y a des changements de signes

Astuce

Déterminer le signe de $f(x)$ en fonction de x à partir de son tableau de variations.

1.

x	-3	0	4
$f(x)$	-2	3	-1

6.

x	-3	0	4
$f(x)$	-3	2	-4

2.

x	-3	0	4
$f(x)$	4	1	5

7.

x	-3	0	4
$f(x)$	-5	-2	-4

3.

x	-3	0	4
$f(x)$	-4	1	-2

8.

x	-3	0	4
$f(x)$	5	2	4

4.

x	-3	0	4
$f(x)$	3	-1	2

9.

x	-3	0	4
$f(x)$	0	3	1

5.

x	-3	0	4
$f(x)$	2	-3	4

10.

x	-3	0	4
$f(x)$	0	-2	3

Automatismes : lecture du signe d'une fonction à partir d'un tableau de variations

★★

★★

11.

x	-4	-1	2	5
$f(x)$	-3	2	-2	3

16.

x	-5	-2	1	4
$f(x)$	2	-3	0	-4

12.

x	-5	-2	1	4
$f(x)$	4	-2	3	-1

17.

x	-4	0	3	6
$f(x)$	-1	3	1	5

13.

x	-3	0	2	6
$f(x)$	-2	0	-4	2

18.

x	-3	1	4
$f(x)$	0	-4	2

14.

x	-4	-1	3
$f(x)$	5	2	4

19.

x	-6	-2	0	3
$f(x)$	-4	-1	-3	2

15.

x	-3	-1	2	5
$f(x)$	1	4	0	3

20.

x	-4	-1	2	5
$f(x)$	3	0	4	-2

*Automatismes : lecture du signe d'une fonction à
partir d'un tableau de variations*

★★ Corrigés ★★

Remarque. Lorsqu'une fonction passe d'une valeur négative à une valeur positive (ou inversement), son tableau permet de savoir qu'elle s'annule sur l'intervalle considéré, mais pas de connaître précisément l'abscisse de ce zéro. On la note alors α ; on ne peut pas en donner la valeur exacte à partir du tableau seul.

Questions 1 à 3 : corrigé détaillé

1. La fonction est croissante de -2 à 3 sur $[-3; 0]$, puis décroissante de 3 à -1 sur $[0; 4]$.

- Sur $[-3; 0]$, elle passe d'une valeur négative à une valeur positive : elle s'annule une fois en un réel $\alpha \in]-3; 0[$. On ne peut pas déterminer précisément α avec le tableau.
- Sur $[0; 4]$, elle passe de 3 à -1 : elle s'annule une fois en un réel $\beta \in]0; 4[$. Là encore, on ne peut pas connaître précisément β .

Ainsi, $f(x) < 0$ sur $[-3; \alpha[$ et sur $] \beta; 4]$, tandis que $f(x) > 0$ sur $] \alpha; \beta[$. La fonction s'annule en α et en β .

2. Les valeurs prises par la fonction vont de 1 à 5 , avec un minimum égal à 1 . Toutes les valeurs sont donc strictement positives. Ainsi,

$$f(x) > 0 \text{ pour tout } x \in [-3; 4].$$

3. La fonction croît de -4 à 1 sur $[-3; 0]$, puis décroît de 1 à -2 sur $[0; 4]$.

- Sur $[-3; 0]$, elle passe d'une valeur négative à une valeur positive : elle s'annule une fois en $\alpha \in]-3; 0[$. Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .
- Sur $[0; 4]$, elle passe d'une valeur positive à une valeur négative : elle s'annule une fois en $\beta \in]0; 4[$. Le tableau ne permet pas de déterminer précisément β .

Ainsi, $f(x) < 0$ sur $[-3; \alpha[$ et sur $] \beta; 4]$, tandis que $f(x) > 0$ sur $] \alpha; \beta[$. La fonction s'annule en α et en β .

*Automatismes : lecture du signe d'une fonction à
partir d'un tableau de variations*

★★ ★★
Réponses aux questions 4 à 20

4. $f(x) > 0$ sur $[-3; \alpha[$ et sur $] \beta; 4]$, et $f(x) < 0$ sur $] \alpha; \beta[$, où $\alpha \in]-3; 0[$ et $\beta \in]0; 4[$ sont les abscisses des zéros. Le tableau ne permet pas d'en connaître les valeurs exactes.
5. $f(x) > 0$ sur $[-3; \alpha[$ et sur $] \beta; 4]$, et $f(x) < 0$ sur $] \alpha; \beta[$, où $\alpha \in]-3; 0[$ et $\beta \in]0; 4[$. Les valeurs exactes des zéros ne peuvent pas être déterminées à partir du tableau.
6. $f(x) < 0$ sur $[-3; \alpha[$ et sur $] \beta; 4]$, et $f(x) > 0$ sur $] \alpha; \beta[$, où $\alpha \in]-3; 0[$ et $\beta \in]0; 4[$. Les valeurs exactes des zéros ne peuvent pas être déterminées à partir du tableau.
7. $f(x) < 0$ sur tout l'intervalle $[-3; 4]$.
8. $f(x) > 0$ sur tout l'intervalle $[-3; 4]$.
9. $f(-3) = 0$ et $f(x) > 0$ pour tout $x \in]-3; 4]$.
10. $f(-3) = 0$, $f(x) < 0$ sur $] -3; \alpha[$ et $f(x) > 0$ sur $] \alpha; 4]$, où $\alpha \in]0; 4[$ est l'abscisse du zéro situé entre 0 et 4. Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .
11. Il existe trois zéros, $\alpha \in]-4; -1[$, $\beta \in]-1; 2[$ et $\gamma \in]2; 5[$. Le signe est négatif sur $[-4; \alpha[$ et $] \beta; \gamma[$, positif sur $] \alpha; \beta[$ et $] \gamma; 5]$. Les valeurs exactes des zéros ne peuvent pas être déterminées à partir du tableau.
12. Il existe trois zéros, $\alpha \in]-5; -2[$, $\beta \in]-2; 1[$ et $\gamma \in]1; 4[$. Le signe est positif sur $[-5; \alpha[$ et $] \beta; \gamma[$, négatif sur $] \alpha; \beta[$ et $] \gamma; 4]$. Les valeurs exactes des zéros ne peuvent pas être déterminées à partir du tableau.
13. $f(x) < 0$ sur $[-3; 0]$, $f(0) = 0$, et $f(x) < 0$ sur $]0; \alpha[$; $f(x) > 0$ sur $] \alpha; 6]$, où $\alpha \in]2; 6[$ est l'abscisse du zéro situé entre 2 et 6. Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .
14. $f(x) > 0$ sur tout l'intervalle $[-4; 3]$.
15. $f(x) > 0$ sur $[-3; 2[\cup]2; 5]$ et $f(2) = 0$.
16. $f(x) > 0$ sur $] -5; \alpha[$, $f(x) < 0$ sur $] \alpha; 1[$ et sur $]1; 4]$, avec $f(1) = 0$, où $\alpha \in]-5; -2[$.
Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .

*Automatismes : lecture du signe d'une fonction à
partir d'un tableau de variations*

★★

★★

17. Il existe un zéro $\alpha \in]-4; 0[$. La fonction est négative sur $[-4; \alpha[$ et positive sur $]\alpha; 6]$.

Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .

18. $f(-3) = 0$, $f(x) < 0$ sur $] - 3; \alpha[$ et $f(x) > 0$ sur $]\alpha; 4]$, où $\alpha \in]1; 4[$. Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .

19. $f(x) < 0$ sur $[-6; \alpha[$ et $f(x) > 0$ sur $]\alpha; 3]$, où $\alpha \in]0; 3[$. Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .

20. $f(x) > 0$ sur $[-4; -1[\cup] - 1; \alpha[$, $f(-1) = 0$ et $f(x) < 0$ sur $]\alpha; 5]$, où $\alpha \in]2; 5[$. Le tableau ne permet pas de déterminer précisément α .