

1 Le cercle trigonométrique

1.1 Le radian

Définition.

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormé .

On appelle cercle trigonométrique le cercle de centre O et de rayon 1 , orienté dans le sens inverse des aiguilles d'une montre

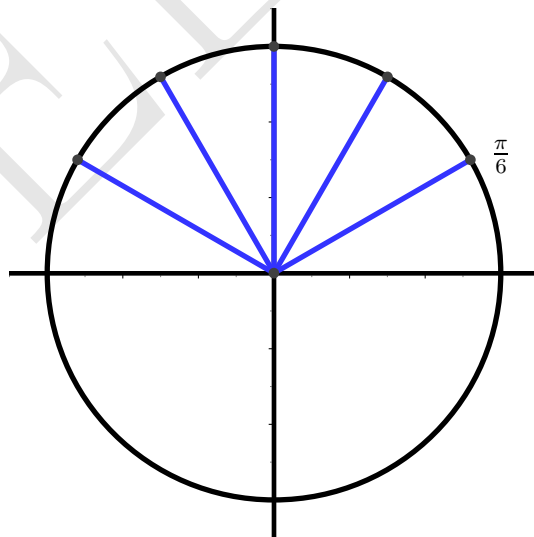
Propriété.

- A tout nombre réel x correspond un point M du cercle trigonométrique qu'on détermine par enroulement de la droite des réels autour du cercle .
- Soit a un nombre réel associé à un point M du cercle trigonométrique . Alors tout réel de la forme $a + 2k\pi$, avec k entier , est associé au même point M .

Exemple.

On veut placer $\frac{\pi}{6}$. On sait que le demi périmètre du cercle trigonométrique est égal à π .

On découpe donc le demi cercle supérieur en 6 secteurs .



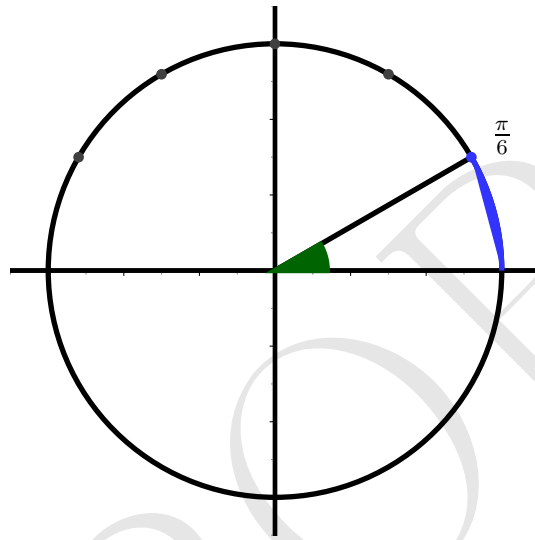
$\frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6}$ donc $\frac{13\pi}{6}$ est placé sur le même point du cercle .

Définition.

La mesure en radian d'un angle est la longueur de l'arc du cercle trigonométrique intercepté par cet angle

Exemple.

L'angle au centre exprimé en radian correspond donc à la longueur de l'arc



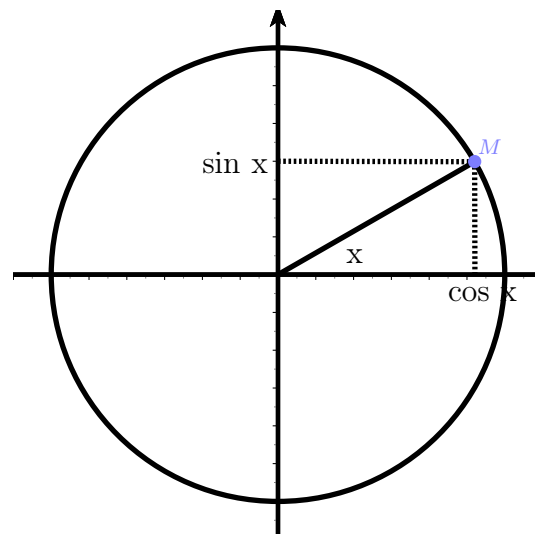
$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

A retenir

1.2 Cosinus et sinus

Définition.

Soit un réel x d'image M sur le cercle trigonométrique. Le cosinus de x correspond à l'abscisse de M et le sinus de x correspond à l'ordonnée de M . On les note respectivement $\cos x$ et $\sin x$.



Propriété.

Soit x un réel quelconque

- $-1 \leq \cos x \leq 1$ et $-1 \leq \sin x \leq 1$
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
- $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$ et $\sin(x + 2k\pi) = \sin x$ pour tout k entier


A retenir

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π
cos(x)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	1
sin(x)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0

1.3 Angles associés

Grâce à différentes symétries, on peut déterminer d'autres valeurs de cosinus et de sinus

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • $\cos(-x) = \cos x$ • $\sin(-x) = -\sin x$ • $\cos(x + \pi) = -\cos x$ • $\sin(x + \pi) = -\sin x$ • $\cos(\pi - x) = -\cos x$ | <ul style="list-style-type: none"> • $\sin(\pi - x) = \sin x$ • $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$ • $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ • $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$ • $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ |
|---|--|



Fonctions trigonométriques



Exemple.

Déterminer $\cos(\frac{2\pi}{3})$

