

1 Parité

Définition.

- Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 . On dit que f est une fonction paire si et seulement si pour tout x de I , $f(-x) = f(x)$
- Soit f une fonction définie sur un intervalle I centré en 0 . On dit que f est une fonction impaire si et seulement si pour tout x de I , $f(-x) = -f(x)$

Exemple.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ par $f(x) = x^4 - x^2 + 8$. Montrer que la fonction f est paire.

Propriété.

- La courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées
- La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

2 Dérivée et variations

Propriété.

- La fonction f dérivable est croissante sur un intervalle I si et seulement si pour tout x de I , $f'(x) \geq 0$.
- La fonction f dérivable est décroissante sur un intervalle I si et seulement si pour tout x de I , $f'(x) \leq 0$.

Exemple.

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 + 5$. Alors $f'(x) = 3x^2 \geq 0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$

3 Nombre dérivé et extremum

Définition.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- On dit que f admet un maximum local a s'il existe un intervalle I' inclus dans I tel que pour tout x de I' , $f(x) \leq f(a)$
- On dit que f admet un minimum local a s'il existe un intervalle I' inclus dans I tel que pour tout x de I' , $f(x) \geq f(a)$

Exemple.

Soit le tableau de variations de la fonction f

x	-2	-1	3	6
$f(x)$	-2	5	-27	54

La fonction f est définie sur $[-2;6]$. f admet un maximum en 6 qui vaut 54 mais sur $[-2;3]$, f admet un maximum local en -1 qui vaut 5

Propriété.

Si f fonction dérivable admet un extremum local en a alors $f'(a) = 0$



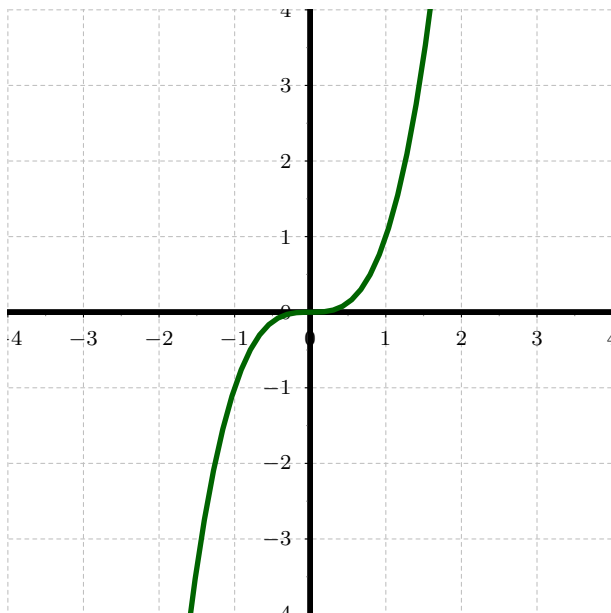
Attention

La réciproque est fausse. Si $f'(a) = 0$, la fonction f n'admet pas obligatoirement un extremum local.

Exemple. La fonction $f(x) = x^3$ n'admet pas d'extremum en 0 et pourtant $f'(0) = 0$



Variations d'une fonction



Propriété. La fonction dérivable f admet un extremum local en a si et seulement si f' s'annule en changeant de signe en a