

L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISÉ

Exercice 1 (6 points)

Soit $f(x) = (x - 5)^2 - 4$

1. Développer $f(x) = x^2 - 10x + 21$

2. Factoriser $f(x) = (x - 7)(x - 3)$

3. Résoudre : $f(x) \leq 0$

Avec un tableau de signes , $x \in [3; 7]$

4. Résoudre : $\frac{f(x)}{2x-8} \leq x-7 \iff \frac{(x-7)(x-3)}{2x-8} - (x-7) \leq 0 \iff \frac{(x-7)(x-3-2x+8)}{2x-8} \leq 0$
 $0 \iff \frac{(x-7)(-x+5)}{2x-8} \leq 0$

Avec un tableau de signes : $x \in]4; 5] \cup [7; +\infty[$

Exercice 2 (7 points)

Dans un repère orthonormé , on donne les points $A(10;4)$, $B(-20;-1)$ et $C(7;-12)$

1. Déterminer par le calcul les coordonnées de D pour que $ABCD$ soit un parallélogramme

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$-30 = 7 - x \iff x = 37 \text{ et } -5 = -12 - y \iff y = -7 \text{ donc } D(37;-7)$$

2. Déterminer par le calcul une équation de la droite (AB)

Soit $M(x;y)$ un point de (AB) . Alors $\overrightarrow{AB}(-30; -5)$ et $\overrightarrow{AM}(x-10; y-4)$ sont colinéaires donc :

$$-30(y-4) - (-5)(x-10) = 0 \iff 5x - 30y + 70 = 0 \text{ donc une équation de } (AB) \text{ est } x - 6y + 14 = 0$$

3. Déterminer par le calcul une équation de la droite d parallèle à (AB) passant par C

(AB) et d sont parallèles donc elles ont le même coefficient directeur et une équation de d est de la forme : $x - 6y + c = 0$

$$C \text{ appartient à } d \text{ donc : } (7) - 6(-12) + c = 0 \iff c = -79$$

$$\text{Donc une équation de } d \text{ est : } x - 6y - 79 = 0$$

4. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E intersection de la droite (AB) et de la droite d'équation $x = 2$

$$2 - 6y + 14 = 0 \iff 16 = 6y \iff y = \frac{8}{3} \text{ donc } E(2; \frac{8}{3})$$

Exercice 3 (7 points)

Un agriculteur dispose de 80 mètres de grillage pour fabriquer un enclos rectangulaire adossé à un mur.

Le mur constitue un des côtés du rectangle : il n'y a donc pas besoin de grillage sur ce côté.

On note x la largeur de l'enclos (en mètres), perpendiculaire au mur.

1. (a) A quel intervalle appartient x ? Justifier .

$0 < x < 40$ car on doit mettre deux fois la longueur x dans les 80 mètres de grillage

- (b) Exprimer la longueur de l'enclos en fonction de x .

$$\text{Longueur} = 80 - 2x$$

- (c) Montrer que l'aire de l'enclos peut s'écrire :

$$A(x) = 80x - 2x^2.$$

$$A(x) = l \times L = x(80 - 2x) = -2x^2 + 80x$$

2. L'agriculteur souhaite que l'aire de l'enclos soit au moins égale à 600 m^2 .

- (a) Traduire cette condition par une inéquation.

$$-2x^2 + 80x \geq 600$$

- (b) Montrer qu'elle est équivalente à :

$$-2x^2 + 80x - 600 \geq 0.$$

3. (a) Montrer que : $-2x^2 + 80x - 600 = (-2x + 20)(x - 30)$

$$(-2x + 20)(x - 30) = -2x^2 + 20x + 60x - 600 = -2x^2 + 80x - 600$$

- (b) Résoudre :

$$-2x^2 + 80x - 600 \geq 0.$$

A l'aide d'un tableau de signes , $x \in [10; 30]$

- (c) Conclure.

Il faut que la largeur de l'enclos soit comprise entre 10 mètres et 30 mètres