Exercice 1 (6 points)
Dans chaque cas, une seule réponse est exacte. Écrire sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1. *L'équation* $(x-2)^2 = 9$ *admet : b) deux solutions*
2. *Si* $-3 \leq x \leq 2$, *alors : a)* $0 \leq x^2 \leq 9$
3. *Augmenter un nombre de 15% revient à le multiplier par : b) 1,15*
4. *L'intersection de* $[-1;4]$ *et* $[2;6]$ *est : b)* $[2;4]$
5. *Soit* $f(x) = (x-1)^2 - 4$. *Les solutions de* $f(x) = 0$ *sont : a)* $x = -1$ *et* $x = 3$
6. *Si une fonction est croissante sur un intervalle, alors : b) quand* x *augmente,* $f(x)$ *augmente*

Exercice 2 (8 points)
Dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{i},\vec{j})$ *(unité 1 cm), on donne* $A(0;4)$, $B(3;1)$, $C(1;-1)$.

NB : *On fera une figure que l'on complétera au fil des questions.*

1. *Calculer la valeur exacte de chacune des longueurs* AB, BC, CA.

$$AB = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$
$$AC = \sqrt{1^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$$
$$BC = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

2. *Démontrer que le triangle* ABC *est rectangle.*

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Donc, par la réciproque du théorème de Pythagore, ABC *est rectangle en* B.

3. *Déterminer par le calcul les coordonnées :*

   (a) *du point* A' *milieu de* $[BC]$,

$$A'\left(\frac{3+1}{2}, \frac{1-1}{2}\right) \iff A'(2;0)$$

   (b) *du point* D *tel que* $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$,
   Soit $D(x;y)$

$$x - 0 = \frac{2}{3} \times 2 \iff x = \frac{4}{3}$$
$$y - 4 = \frac{2}{3} \times (-4) \iff y = \frac{4}{3}$$
$$D\left(\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$$

(c) *du point E tel que $ACBE$ soit un parallélogramme.*

$ACBE$ parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{EB}$

$$E(x;y)$$
$$3 - x = 1 \iff x = 2$$
$$1 - y = -5 \iff y = 6$$

$$E(2;6)$$

4. *Que représente le point D pour le triangle ABC ?*

   D est placé aux $\frac{2}{3}$ de la médiane, c'est donc le centre de gravité de ABC.

5. *Démontrer que les points C, D et E sont alignés.*

$$\overrightarrow{CD}\left(\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)$$
$$\overrightarrow{CE}(1;7)$$
$$\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{CD}$$

   Donc $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{CE}$ sont colinéaires et C, D, E sont alignés.

6. *Soit $F\left(6;\frac{3}{2}\right)$. Déterminer par le calcul les coordonnées du point G, intersection de la droite passant par A et parallèle à (BF) avec l'axe des abscisses.*

   G est sur l'axe des abscisses donc $G(x;0)$.

   De plus $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{BF}$ sont colinéaires.

$$\overrightarrow{AG}(x;-4), \quad \overrightarrow{BF}(3;\tfrac{1}{2})$$
$$\det(\overrightarrow{AG},\overrightarrow{BF}) = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 12 = 0 \iff x = -24$$

$$G(-24;0)$$

Exercice 3 (10 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)^2 - 25$.

1. *Factoriser $f(x)$.*

$$f(x) = (x-2-5)(x-2+5) = (x-7)(x+3)$$

2. *En utilisant la forme la mieux adaptée, résoudre $f(x) = 0$.*

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x-7=0 \text{ ou } x+3=0$$
$$\Rightarrow x = 7 \text{ ou } x = -3$$

3. *Le point $A(0;-21,75)$ appartient-il à la courbe représentative de f ? Justifier.*

   $f(0) = -21 \neq -21{,}75$ *donc* $A \notin \mathcal{C}_f$

4. *Compléter le tableau de valeurs suivant :*

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	11	0	-9	-16	-21	-24	-25	-24	-21

5. *courbe*

6. *À l'aide de la calculatrice, déterminer le nombre de solutions de $f(x) = -18$ sur $[-2;2]$ et en donner une valeur approchée.*

   Il y a une solution environ égale à $-0{,}7$.

Exercice 4 (7 points)

Voici le tableau de variation d'une fonction f :

x	-4		-1		2		3		4
$f(x)$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	3

1. *Comparer, si possible, en justifiant (sinon dire pourquoi) :*

$$f(0) < f(1) \text{ car } f \text{ croissante}$$
$$f(-2) < f(-3) \text{ car } f \text{ décroissante}$$
$$f(0) \text{ et } f(2{,}5) : \text{on ne sait pas}$$
$$0 > f(-3) \text{ et } f(3{,}5) > 0 \Rightarrow f(3{,}5) > f(-3)$$

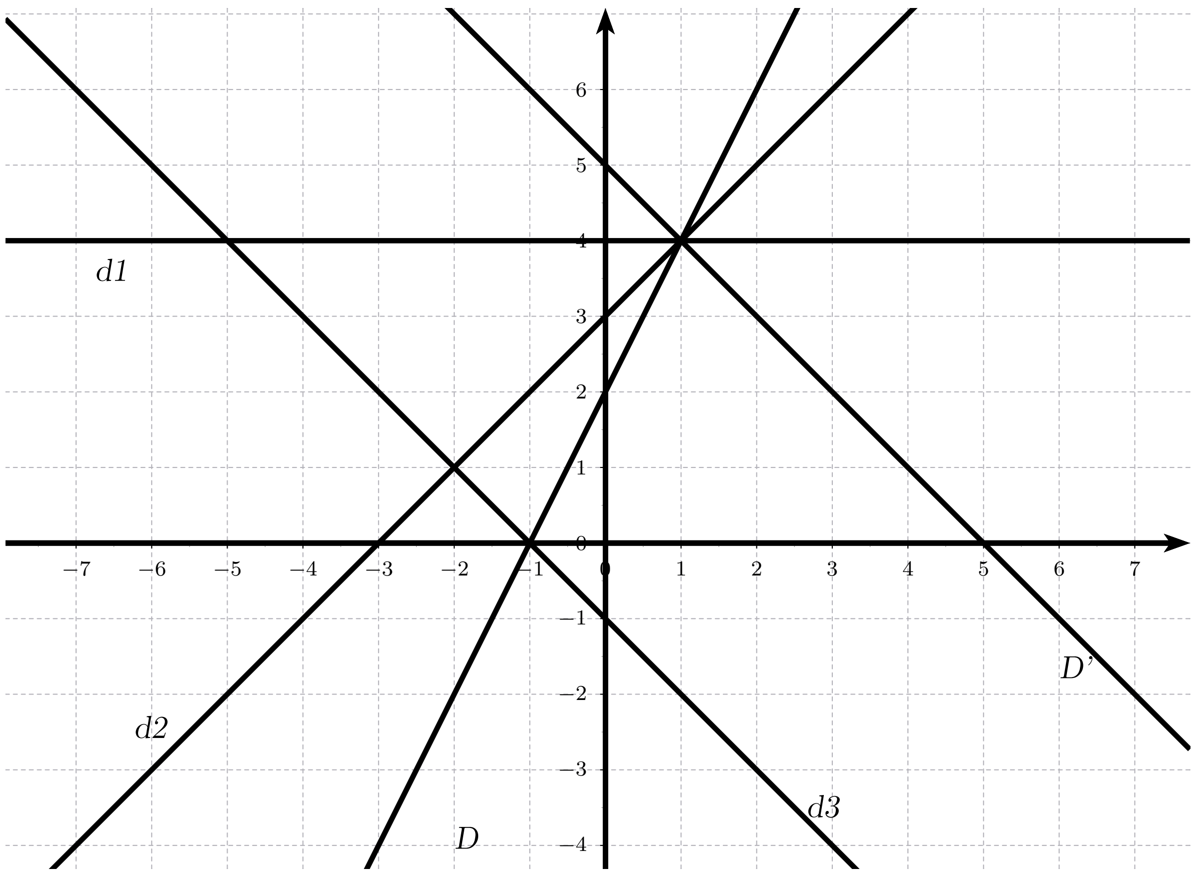
2. *Donner le minimum de f sur $[-4;4]$, puis le maximum de f sur $[-4;2]$.*

   Le minimum de f sur $[-4;4]$ vaut -2 et est atteint pour $x = -1$.

   Le maximum de f sur $[-4;2]$ vaut 2 et est atteint pour $x = 2$.

Exercice 5 (9 points)

On se place dans le repère orthonormé ci-dessous.



1. $d_1 : y = 4$
   $d_2 : y = x + 3$
   $d_3 : y = -x - 1$

2. *Graphique*

3. $2(-15) + 2 = -28 \neq -27$ *donc* $P \notin D$

4. (a) *Le coefficient directeur de* D *égal à* 2 *est différent du coefficient directeur de* D' *égal à* -1.

   (b) *On résout le système :*

$$\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = -x + 5 \end{cases}$$

   On soustrait :

$$0 = 3x - 3 \Rightarrow x = 1$$

   et donc :

$$y = 2 + 2 = 4$$

   donc $M(1; 4)$

5. (a) *Soit* $M(x;y)$ *un point de* (AB)

$$\overrightarrow{AB}(-1;-7) \quad \overrightarrow{AM}(x+2;y-5)$$

$$\det(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM})=0$$

$$\Leftrightarrow -(y-5)+7(x+2)=0$$

$$\Leftrightarrow 7x-y+19=0$$

(b) $\overrightarrow{MK}(-2;-14)$ *donc* $\overrightarrow{MK}=2\overrightarrow{AB}$
(MK) est parallèle à (AB) donc $ABMK$ *est un trapèze.*