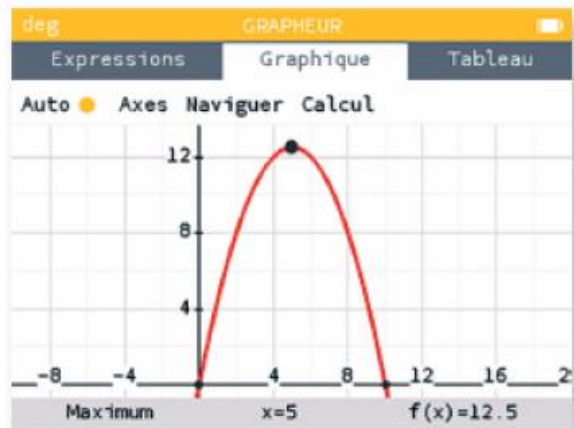


75 1. Puisque M est mobile sur le segment $[AB]$ de longueur 10, la longueur $x = AM$ peut décrire l'intervalle $[0;10]$.

2. Soit $x \in [0;10]$. On a $AM = x$ et $AN = 10 - x$ d'où

$$f(x) = A_{AMN} = \frac{AM \times AN}{2} = \frac{x(10-x)}{2} = 5x - \frac{x^2}{2}.$$

3. On représente graphiquement la fonction f :
On peut conjecturer que l'aire $f(x)$ du triangle AMN semble maximale lorsque $x = 5$. Cette aire maximale est alors égale à 12,5.

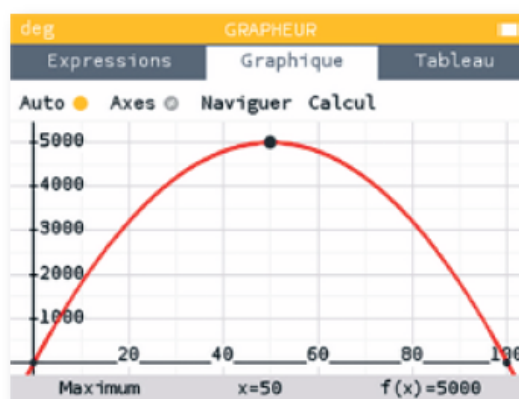


76 1. On a $x = AB = CD$ or on dispose d'une ligne de nage de 200 mètres donc, si on optimise l'utilisation de cette ligne de nage, on a $AB + BC + CD = 200$ soit $2x + BC = 200$ d'où $2x < 200$ et donc $0 < x < 100$. Ainsi x appartient à l'intervalle $I =]0; 100[$.

2. a. $BC = 200 - 2x$

b. $A(x) = AB \times BC = x(200 - 2x) = -2x^2 + 200x$.

c. En représentant graphiquement la fonction A sur la calculatrice, on peut conjecturer que le maximum de la fonction A est atteint pour $x = 50$, l'aire maximale de la zone de baignade serait alors égale à 5 000 m².



Ainsi, les dimensions de cette aire seraient alors $x = AB = CD = 50$ m et $BC = 200 - 2 \times 50 = 100$ m.

2. Soit $x \in I$. On a :

$$\begin{aligned} 5\,000 - 2(x - 50)^2 &= 5\,000 - 2(x^2 - 2 \times x \times 50 + 50^2) \\ &= 5\,000 - 2x^2 + 200x - 5\,000 \\ &= -2x^2 + 200x = A(x) \end{aligned}$$

Pour tout $x \in I$, on a $(x - 50)^2 \geq 0$ d'où $-2(x - 50)^2 \leq 0$ et donc $5\,000 - 2(x - 50)^2 \leq 5\,000$ soit encore $A(x) \leq A(50)$. Par conséquent A admet pour maximum $A(50) = 5\,000$ et il est atteint en $x = 50$. La conjecture graphique émise précédemment est donc validée.