

146 Partie A.

$$S = \left\{ \left(-1; \frac{13}{3} \right) \right\}$$

Partie B.

1. a. Après calculs, $(AB): -2x - 9y + 37 = 0$ et $(CD): 5x - 6y + 31 = 0$.

b. $-2x - 9y + 37 = 0 \Leftrightarrow 2x + 9y = 37$ et $5x - 6y + 31 = 0 \Leftrightarrow -5x + 6y = 31$.

On retrouve les équations du système.

c. $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$.

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = 45 + 12 = 57 \neq 0$$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires, donc les droites sont sécantes.

Le point d'intersection a pour coordonnées le couple solution du système. Ainsi $F \left(-1; \frac{13}{3} \right)$.

2. a. Après calculs $(AC): 4x - y + 21 = 0$ et $(DB): 3x + 4y - 27 = 0$.

b. $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$.

$$\det(\overrightarrow{AC}; \overrightarrow{DB}) = 19 \neq 0$$

Donc $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DB}$ ne sont pas colinéaires, donc les droites sont sécantes en un point G dont les coordonnées sont obtenues en résolvant le système :
$$\begin{cases} 4x - y + 21 = 0 \\ 3x + 4y - 27 = 0 \end{cases}$$

On obtient $S = \{(-3; 9)\}$ donc $G(-3; 9)$.

2. Après calculs $(FG): 7x + 3y - 6 = 0$.

3. $M(0; 2)$

Or $7x_M + 3y_M - 6 = 7 \times 0 + 3 \times 2 - 6 = 0$.

Donc le point M est sur la droite (FG) .