

**150** 1.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2y}{2xy} + \frac{2x}{2xy} = \frac{xy}{2xy} \Leftrightarrow xy - 2x - 2y = 0$

Or  $(x-2)(y-2) = xy - 2x - 2y + 4$ .

Donc  $(E) \Leftrightarrow (x-2)(y-2) = 4$ .

2. Les entiers  $(x-2)$  et  $(y-2)$  sont supérieurs à  $-1$ . Or les seuls diviseurs de 4 supérieurs à  $-1$  sont  $-1, 1, 2$  et  $4$ . Donc :

- Soit  $x-2 = -1$  et  $y-2 = -4$  : impossible.
- Soit  $x-2 = 1$  et  $y-2 = 4$ , c'est-à-dire  $x = 3$  et  $y = 6$ .
- Soit  $x-2 = 2$  et  $y-2 = 2$ , c'est-à-dire  $x = 4$  et  $y = 4$ .
- Soit  $x-2 = 4$  et  $y-2 = 1$ , c'est-à-dire  $x = 6$  et  $y = 3$ .

Ainsi  $S = \{(3; 6); (4; 4); (6; 3)\}$ .

**151** 1. Le reste dans la division euclidienne de  $K$  par  $p_i$  est égal à 1, donc l'entier  $p_i$  n'est pas un diviseur de  $K$ .

2. Le nombre  $K$  n'admet donc aucun diviseur premier.

3. C'est impossible. Donc l'hypothèse initiale est absurde : il n'existe donc pas un nombre fini de nombres premiers.