

1 Loi des grands nombres

Propriété.

Lorsqu'un échantillon a une taille n suffisamment grande, on peut considérer que la probabilité de l'issue d'une expérience est très proche de sa fréquence d'apparition.

$$\text{On a : } |f - p| < \frac{1}{\sqrt{n}}$$

Exemple.

On lance un dé équilibré à six faces. La probabilité d'obtenir 5 est égale à $\frac{1}{6}$. Lorsqu'on lance le dé un grand nombre de fois, la fréquence d'apparition de la face 5 sera proche de $\frac{1}{6}$.

Remarque.

Pour éviter de réaliser réellement certaines expériences, on peut faire appel à des logiciels ou des programmes.

2 Vocabulaire des probabilités

2.1 Événements



Logique

$A \cap B$ est l'intersection des événements A et B , c'est à dire A et B

$A \cup B$ est la réunion des événements A et B , c'est à dire A ou B .

$\bar{A}$ est l'événement contraire de l'événement A

Définition.

A et B sont deux événements incompatibles si et seulement si $A \cap B$ est vide.

Exemple.

On lance un dé équilibré à six faces. On note A l'événement "la face est paire" et B l'événement "la face est un multiple de 3".

Énoncer $A \cap B$:

$$A \cap B =$$

Énoncer $A \cup B$:

$$A \cup B =$$

Enoncer $\overline{A}$:

$\overline{A} =$

2.2 Calculs de probabilités

Propriété.

- $p(A) = \frac{\text{nombre issues de } A}{\text{nombre total issues}}$
- $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$
- $p(\Omega) = 1$
- $p(\emptyset) = 0$
- $p(A \cup B) + p(A \cap B) = p(A) + p(B)$

Exemple.

En reprenant l'exemple précédent , calculer :

$$p(A) =$$

$$p(B) =$$

$$p(A \cap B) =$$

$$p(A \cup B) =$$

2.3 Lois de probabilités

Définition.

Définir une loi de probabilité , c'est associer à chaque issue sa probabilité .

Exemple.

On lance un dé à six faces . Le jeu consiste à obtenir la face 6 . On peut alors définir la loi

de probabilité associée à ce jeu .

	Gagne	Perd
probabilités	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$

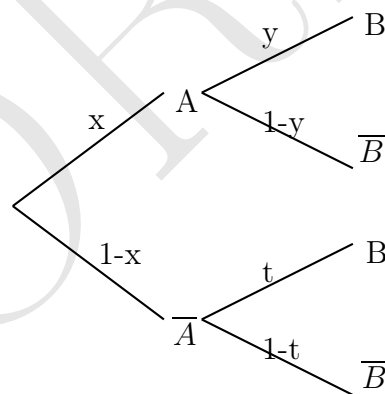
Propriété.

- La somme des probabilités des issues d'un univers est égale à 1
- Une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1
- Lorsque toutes les issues ont la même probabilité , on parle d'équiprobabilité .

3 Dénombrement

3.1 Arbres pondérés

On donne un arbre pondéré :

**Propriété.**

- On appelle probabilité de B sachant A et on note $p_A(B)$ la probabilité conditionnelle entre A et B (ici c'est y)
- $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$
- $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$
- $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$ (loi des probabilités totales)

Exemple.

Une usine fabrique un composant électronique. Deux chaînes de fabrication sont utilisées. La chaîne A produit 40 % des composants et la chaîne B produit le reste. Une partie des composants fabriqués présentent un défaut qui les empêche de fonctionner à la vitesse prévue par le constructeur. En sortie de chaîne A, 20 % des composants présentent ce défaut alors qu'en sortie de chaîne B, ils ne sont que 5 %. On choisit au hasard un composant fabriqué dans cette usine. On note : A l'évènement "le composant provient de la chaîne A " ; B l'évènement " le composant provient de la chaîne B " ; S l'évènement " le composant est sans défaut " ;

1. Faire un arbre de probabilités
2. Donner $p(A) =$
3. Donner $p_A(S) =$
4. Calculer $p(A \cap S) =$
5. Calculer $p(S) =$