

1 Variations de la fonction affine



A retenir

La fonction $f(x) = ax + b$ est décroissante sur $\mathbb{R}$ si a est négatif et est croissante sur $\mathbb{R}$ si a est positif.

Le principe

On va utiliser les définitions .

La démonstration

Soient x et y tels que $x < y$.

Etudions le signe de $f(x) - f(y) = ax + b - (ay + b) = ax - ay = a(x - y)$

$x < y$ donc $x - y < 0$

Si $a < 0$ alors $f(x) - f(y) > 0$ et donc $f(x) > f(y)$ et donc f est décroissante

Si $a > 0$ alors $f(x) - f(y) < 0$ et donc $f(x) < f(y)$ et donc f est croissante

2 Variations de la fonction carré



A retenir

La fonction $f(x) = x^2$ est décroissante sur $] - \infty; 0]$ et est croissante sur $[0; +\infty[$.

Le principe

On va utiliser les définitions . On travaille sur les deux intervalles séparément .

La démonstration

Sur $] - \infty; 0]$

Soient a et b tels que $a < b < 0$. Etudions le signe de $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$a < b < 0 \iff a - b < 0$; de plus , puisque a et b sont négatifs , $a + b < 0$. Donc $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) > 0$

Par définition , la fonction carré est donc décroissante sur $] - \infty; 0]$

Sur $[0; +\infty[$

Soient a et b tels que $0 < a < b$. Etudions le signe de $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$0 < a < b \iff a - b < 0$; de plus , puisque a et b sont positifs , $a + b > 0$. Donc $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) < 0$

Par définition , la fonction carré est donc croissante sur $[0; +\infty[$

3 Variations de la fonction inverse



A retenir

La fonction $f(x) = \frac{1}{x}$ est décroissante sur $] - \infty; 0[\cup] 0; +\infty[$.

Le principe

On utilise toujours la définition et on travaille de nouveau sur deux intervalles

La démonstration

Sur $] - \infty; 0[$

Soient a et b tels que $a < b < 0$. Etudions le signe de $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$
 $a < b < 0 \iff b - a > 0$; de plus, puisque a et b sont négatifs, $ab > 0$. Donc
 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} > 0$
 Par définition, la fonction inverse est donc décroissante sur $] - \infty; 0[$

Sur $] 0; +\infty[$

Soient a et b tels que $0 < a < b$. Etudions le signe de $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab}$
 $0 < a < b \iff b - a > 0$; de plus, puisque a et b sont positifs, $ab > 0$. Donc
 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} > 0$
 Par définition, la fonction inverse est donc décroissante sur $] 0; +\infty[$